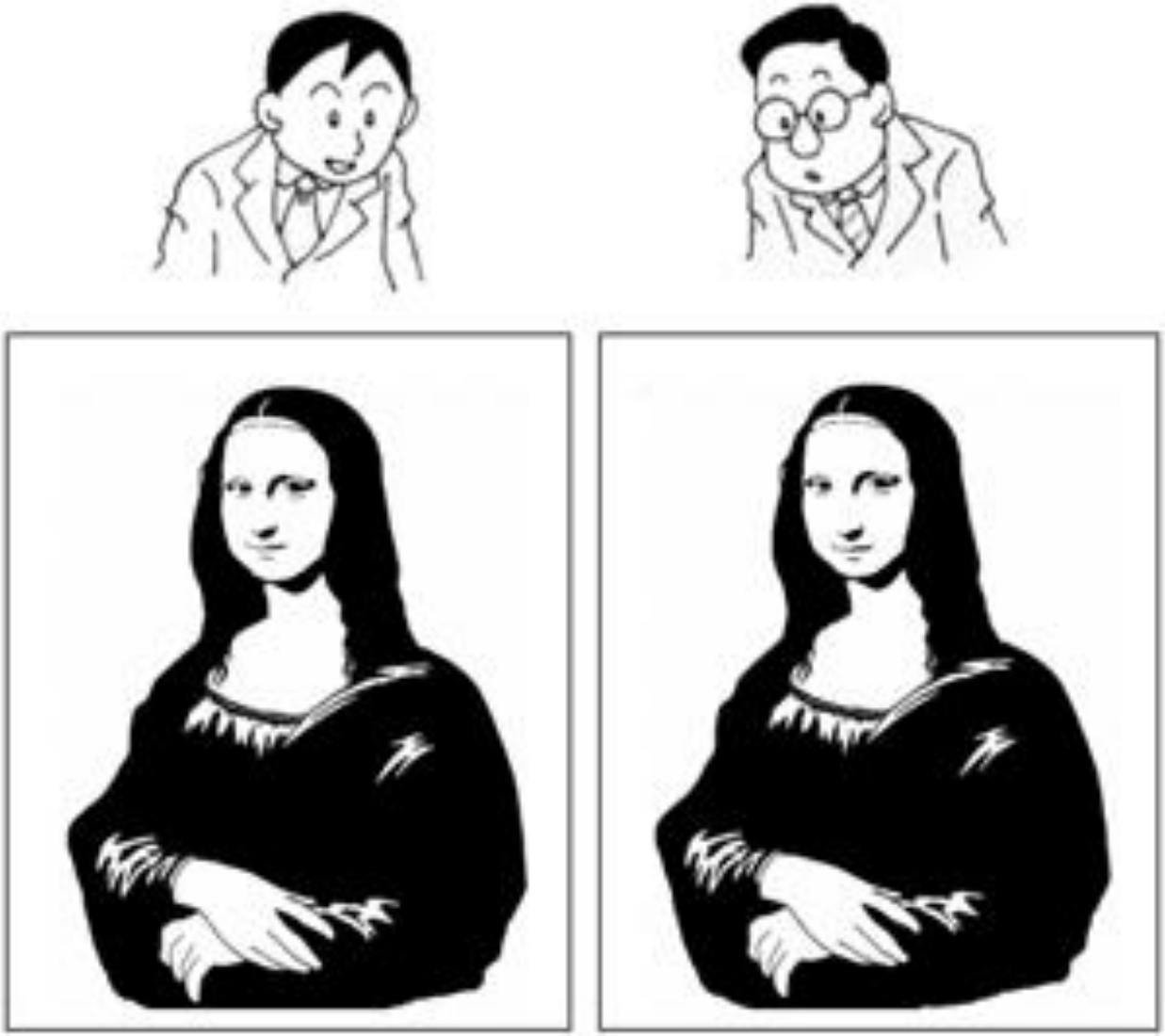
MTシステム
（マハラノビス・タグチ）
その１

出典：①　試して究める！品質工学
MTシステム解析法入門（著者：鈴木真人　発行所：日刊工業新聞社）

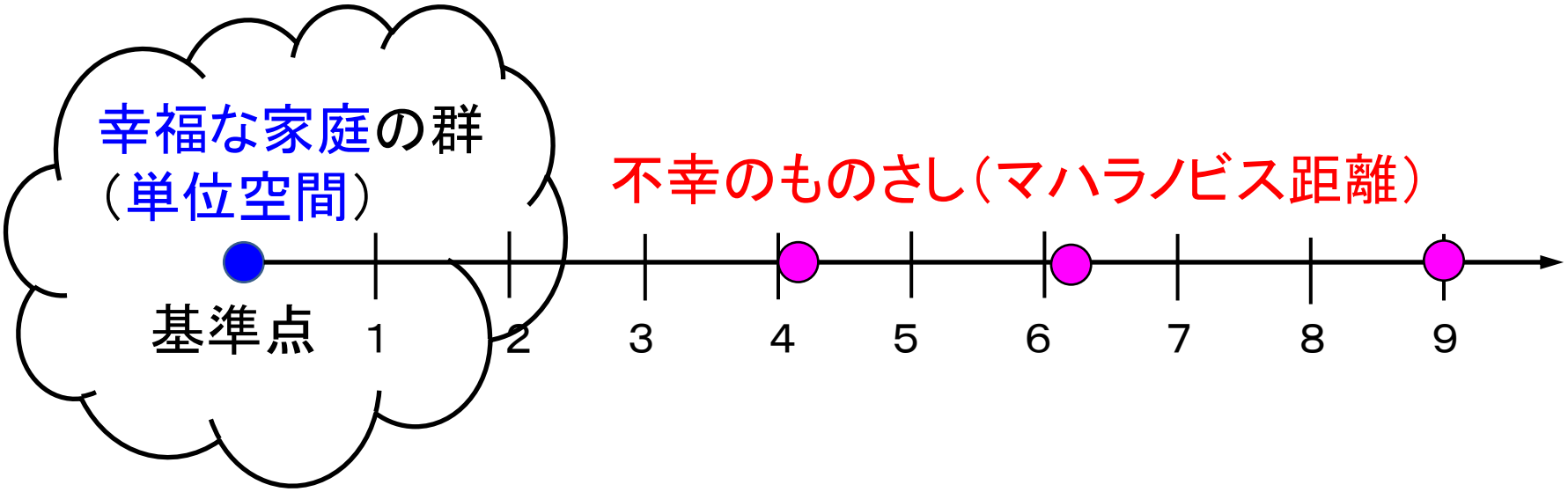
②　入門　MTシステム
（著者：手島昌一　長谷川良子　　発行所：日科技連）

目、鼻、口のパーツは同じですが、違和感ありますか？

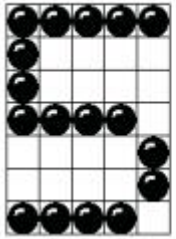


「幸福な家庭はすべて互いに似かよったものであり、不幸な家庭はどこもその不幸のおもむきが異なっているものである」　（「アンナ・カレーニナ」：トルストイ作）

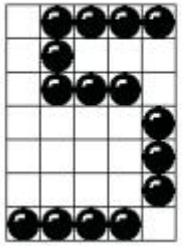
田口博士がマハラノビス距離を利用することを考えた



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	1	2	2	2	1	1	1	5	1	1	4	1	1	5
2	2	2	2	2	1	1	2	4	1	1	4	1	1	4
3	1	2	2	2	1	3	2	5	1	1	4	1	2	3
4	1	3	2	2	1	1	2	5	2	1	3	1	1	4
5	1	2	2	2	1	3	2	5	1	1	3	1	2	3
6	1	3	2	2	2	3	2	5	2	1	2	1	2	3
7	1	2	2	1	3	3	2	4	1	3	1	2	2	3
8	1	2	1	1	1	3	2	5	1	5	1	1	2	3
9	1	2	2	2	2	3	2	5	1	1	1	1	2	3
10	1	3	2	2	2	3	2	5	2	2	1	1	2	3
11	1	3	2	2	2	1	2	4	2	1	2	1	1	4
12	1	2	4	4	2	2	2	5	1	2	2	1	1	4
13	1	2	2	2	1	1	2	5	1	2	2	1	1	3
14	1	3	2	2	2	2	2	5	2	2	1	1	1	3
15	2	2	2	2	1	1	1	3	1	1	2	2	1	5
16	2	4	2	2	1	1	2	3	2	1	3	1	1	4



変化の箇所	石の数
1	5
2	1
2	1
2	4
1	1
1	1
2	4



変化の箇所	石の数
1	4
2	1
2	3
1	1
1	1
1	1
2	4

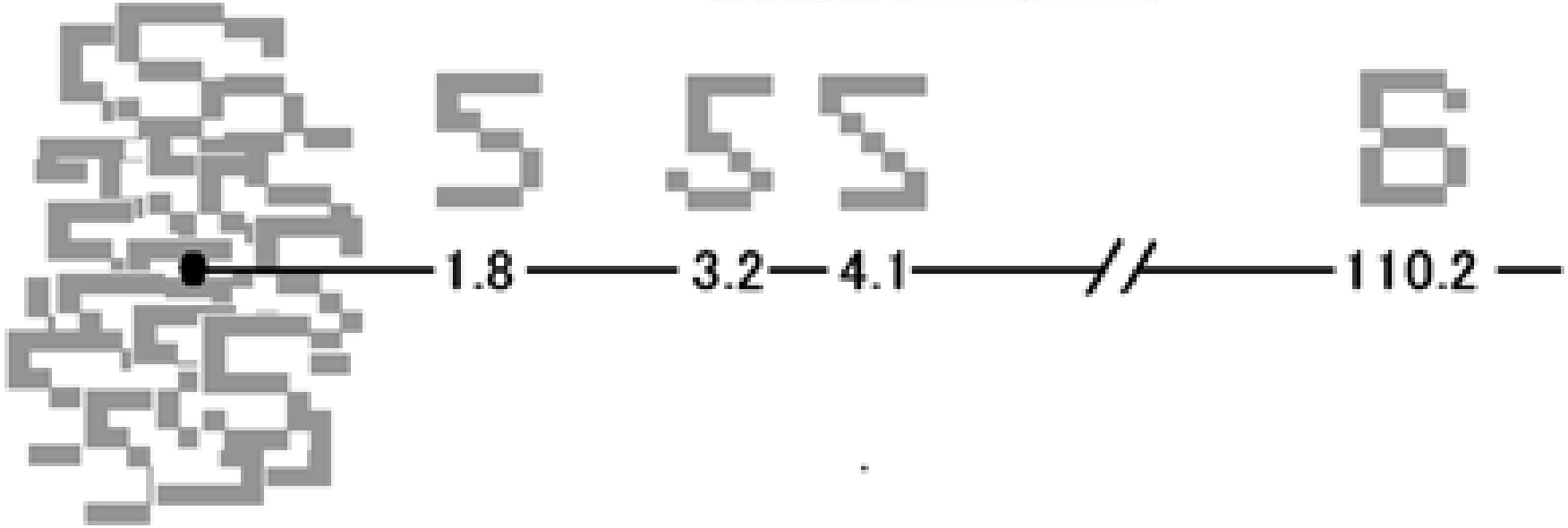
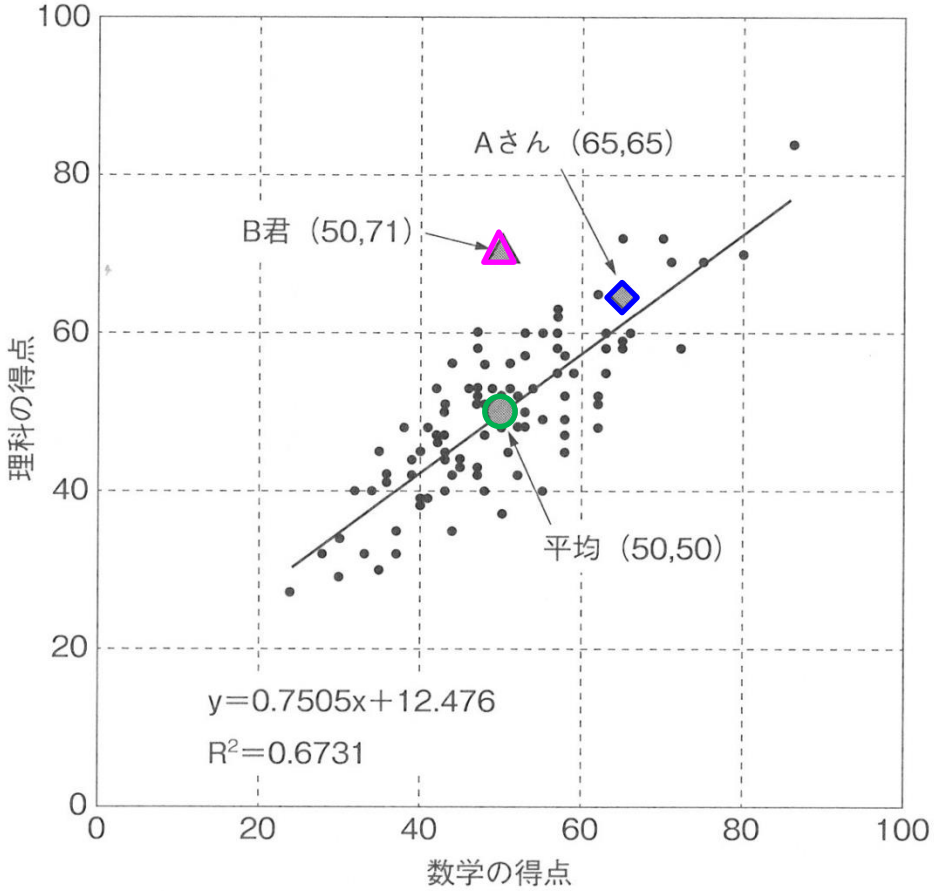


表１・１　ある中学校での数学と理科の試験結果

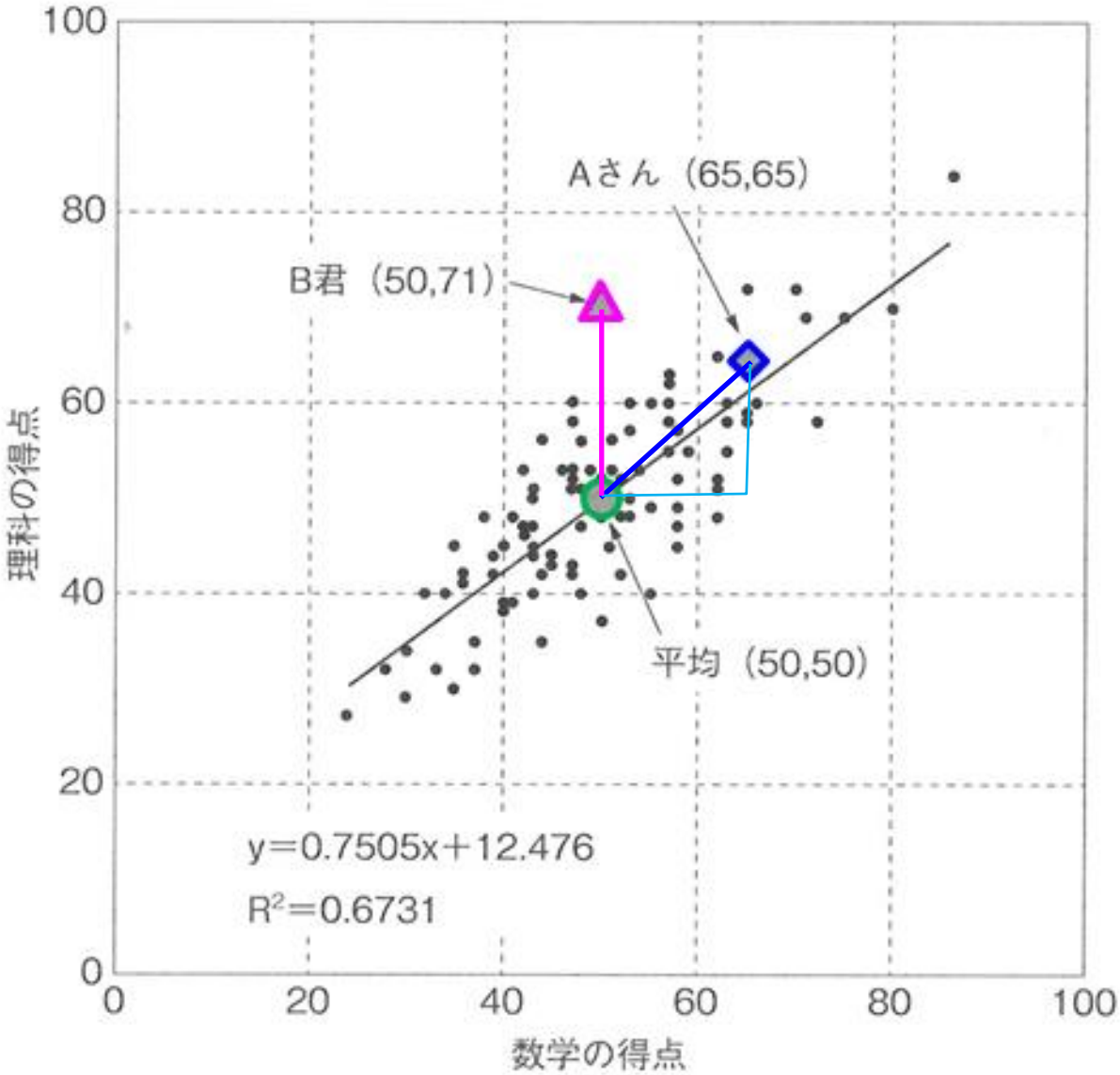
生徒	試験の得点		生徒	試験の得点		生徒	試験の得点		生徒	試験の得点	
	数学	理科		数学	理科		数学	理科		数学	理科
No. 1	39	44	No. 26	36	41	No. 51	38	48	No. 76	51	56
No. 2	63	58	No. 27	33	32	No. 52	58	47	No. 77	55	49
No. 3	63	60	No. 28	57	60	No. 53	57	55	No. 78	57	62
No. 4	43	50	No. 29	63	55	No. 54	40	38	No. 79	70	72
No. 5	66	60	No. 30	50	71	No. 55	47	60	No. 80	62	65
No. 6	71	69	No. 31	44	42	No. 56	72	58	No. 81	48	51
No. 7	55	60	No. 32	58	49	No. 57	65	72	No. 82	42	53
No. 8	48	47	No. 33	42	47	No. 58	57	58	No. 83	40	45
No. 9	54	53	No. 34	39	42	No. 59	35	30	No. 84	44	56
No. 10	43	44	No. 35	24	27	No. 60	36	42	No. 85	43	51
No. 11	30	34	No. 36	37	35	No. 61	40	39	No. 86	47	58
No. 12	47	53	No. 37	51	53	No. 62	44	35	No. 87	58	52
No. 13	86	84	No. 38	49	53	No. 63	62	48	No. 88	46	53
No. 14	51	45	No. 39	57	60	No. 64	50	37	No. 89	53	50
No. 15	47	52	No. 40	65	65	No. 65	80	70	No. 90	48	56
No. 16	50	52	No. 41	62	52	No. 66	30	29	No. 91	51	49
No. 17	50	48	No. 42	49	51	No. 67	47	51	No. 92	62	51
No. 18	37	32	No. 43	28	32	No. 68	58	57	No. 93	41	48
No. 19	47	42	No. 44	57	63	No. 69	55	40	No. 94	43	47
No. 20	43	45	No. 45	65	59	No. 70	53	48	No. 95	28	32
No. 21	75	69	No. 46	45	43	No. 71	34	40	No. 96	57	55
No. 22	47	43	No. 47	42	46	No. 72	52	42	No. 97	53	60
No. 23	45	44	No. 48	59	55	No. 73	35	45	No. 98	65	58
No. 24	41	39	No. 49	43	40	No. 74	32	40	No. 99	48	40
No. 25	52	48	No. 50	52	52	No. 75	58	45	No.100	53	57

数学及び理科の平均点は何れも50点

AさんとB君のどちらが平均から離れているか？



平均値からの距離をピタゴラスの定理で算出



Aさん

$$\sqrt{15^2+15^2}=21.2$$

B君

$$\sqrt{0^2+21^2}=21$$

⇩

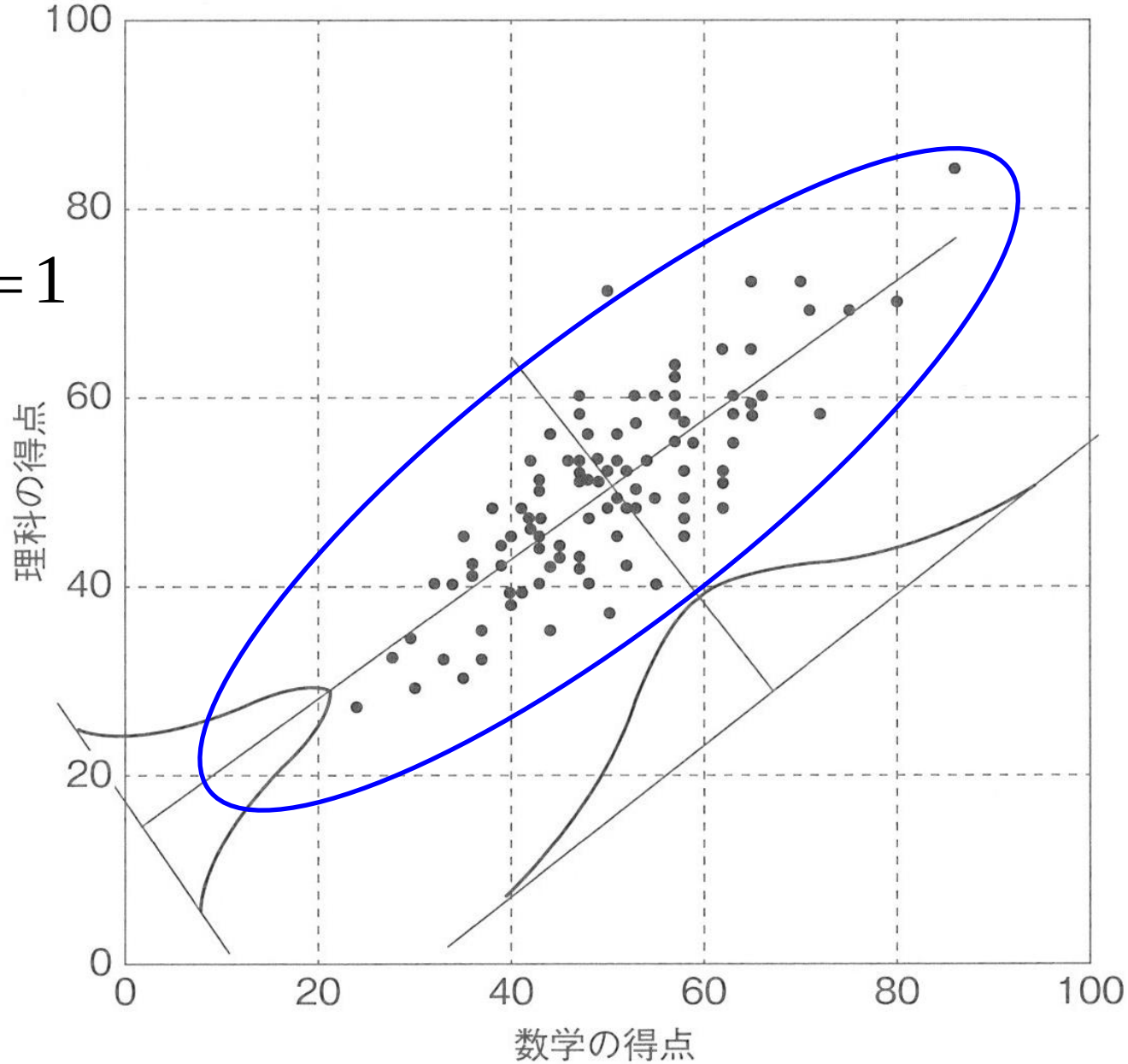
Aさんの方が平均より遠い

↑

違和感ありませんか？

楕円の式

$$ax^2 + bxy + cy^2 = 1$$



２項目の場合のマハラビスの距離D

$$D=\sqrt{\frac{u_1^2-2ru_1u_2+u_2^2}{1-r^2}}$$

$$ax^2+bxy+cy^2=1$$

楕円の式

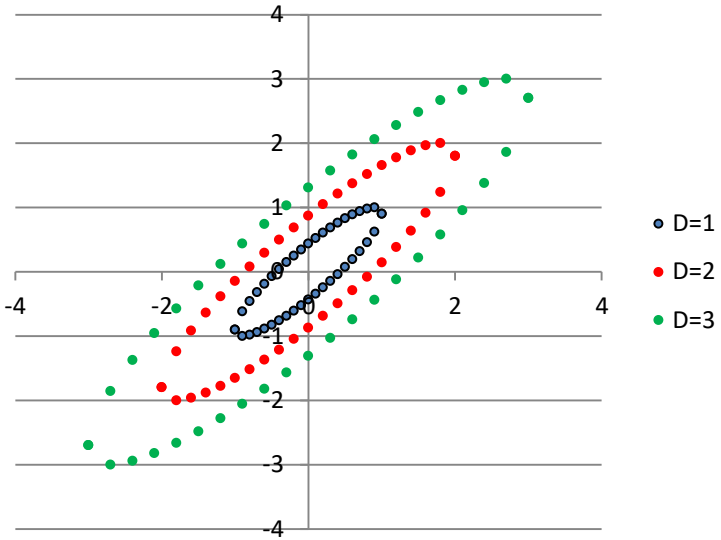
ここで

$$u_1=\frac{x_1-m_1}{\sigma_1} \qquad u_2=\frac{x_2-m_2}{\sigma_2}$$

基準化（標準化）

各項目の平均値mを引いて
標準偏差σで除す

相関係数r＝0.9



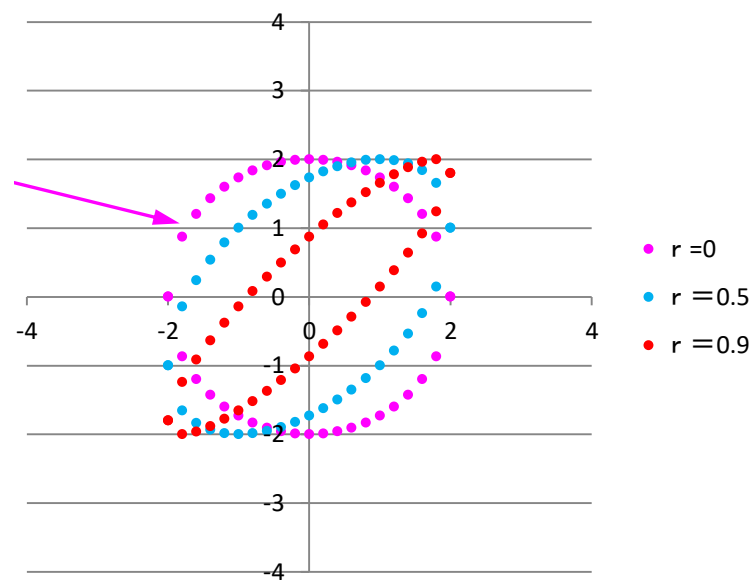
項目x_1とx_2の相関係数rを0とすると

$$D=\sqrt{u_1^2+u_2^2}$$

ピタゴラスの定理と一致

円

D＝2



相関係数rが関係！

相関係数

相関と因果の違い

- **相関**は、ある変数が変化すると、他方の変数も同時に変化する関係
- **因果**は、ある変数が、他方の変化を引き起こす関係(一方通行の関係、原因と結果)

相関関係

A ⟷ B

背が高い人ほど体重も重い

因果関係

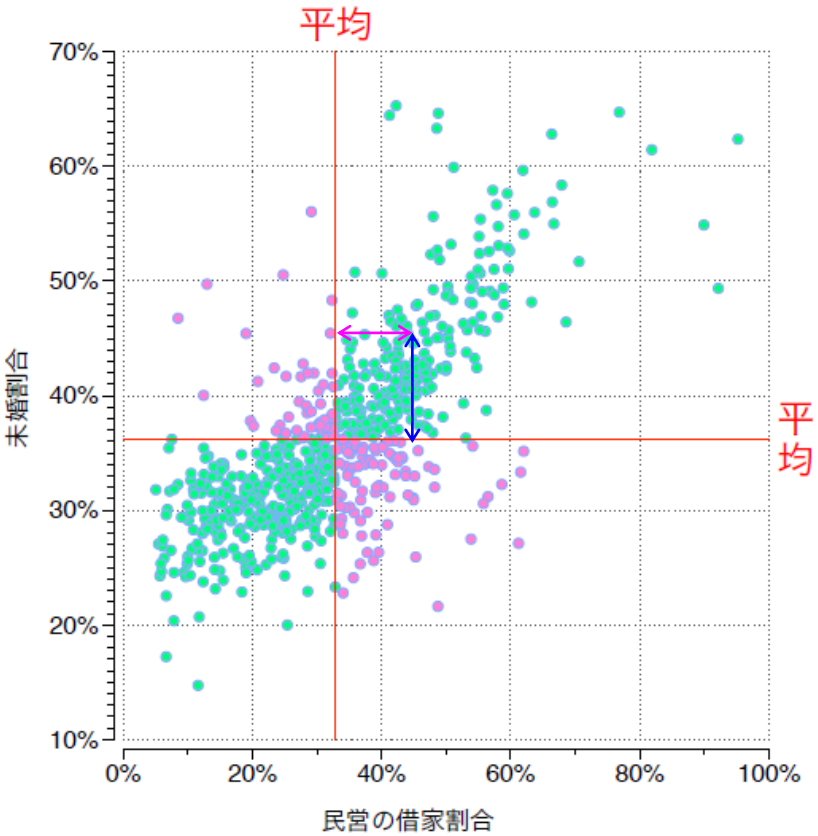
A ⟶ B

台風で航空便が欠航

相関と因果は異なることに注意

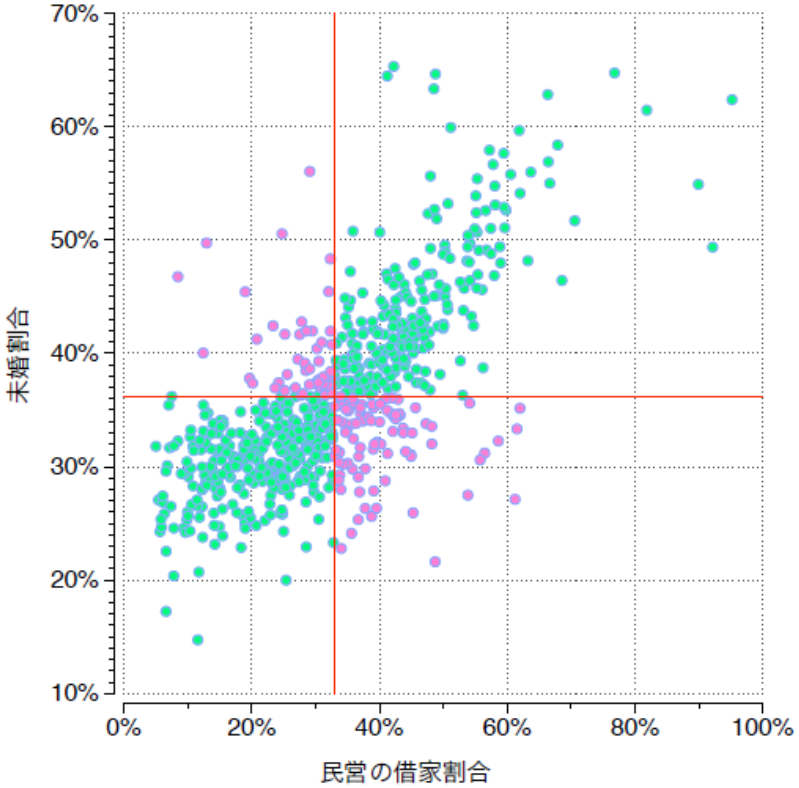
共分散

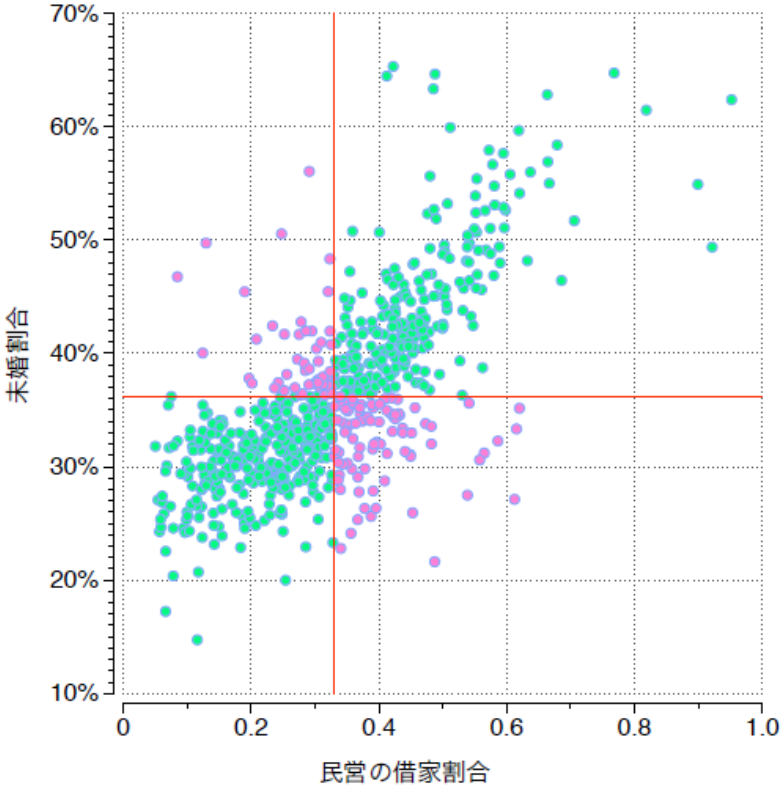
	民営の借家割合	平均からの偏差	未婚割合	平均からの偏差	偏差の積
生麦	43.9	11.0	46.1	9.9	108.9
岸谷	31.7	-1.2	36.6	0.4	-0.5
鶴見	29.5	-3.4	42.0	5.8	-19.7
寺谷	40.5	7.6	40.3	4.1	31.2
諏訪坂	32.4	-0.5	37.9	1.6	-0.8
豊岡町	59.0	26.1	48.0	11.8	308.0
佃野町	46.6	13.8	43.7	7.5	103.5
馬場	28.4	-4.5	31.5	-4.7	21.2
北寺尾	28.7	-4.2	32.1	-4.1	17.2
獅子ケ谷	29.5	-3.4	32.0	-4.2	14.3
駒岡	35.9	3.0	32.5	-3.7	-11.1
上末吉	32.6	-0.3	33.0	-3.2	1.0
下末吉	38.6	5.7	38.0	1.8	10.3
梶山	31.0	-1.9	30.8	-5.4	10.3
江ケ崎町	18.5	-14.3	25.7	-10.5	150.2
矢向	45.3	12.4	40.0	3.8	47.1
市場上町	25.2	-7.7	36.7	0.5	-3.9
市場東中町	50.3	17.4	45.0	8.8	153.1
市場西中町	54.7	21.9	42.4	6.2	135.8
市場下町	30.0	-2.8	32.7	-3.5	9.8
市場大和町	50.2	17.4	49.5	13.3	231.4
市場富士見町	44.9	12.0	41.6	5.4	64.8
尻手	27.6	-5.2	29.2	-7.0	36.4
菅沢町	50.0	17.1	42.6	6.4	109.4
栄町通	47.3	14.4	40.6	4.4	63.4
…	…	…	…	…	…
				平均	84.3



共分散

相関係数





$$\text{共分散} = \frac{84.3}{14.4 \times 8.1} = 0.723$$

横軸の標準偏差　縦軸の標準偏差

相関係数

$$\text{共分散} = \frac{0.843}{0.144 \times 8.1} = 0.723$$

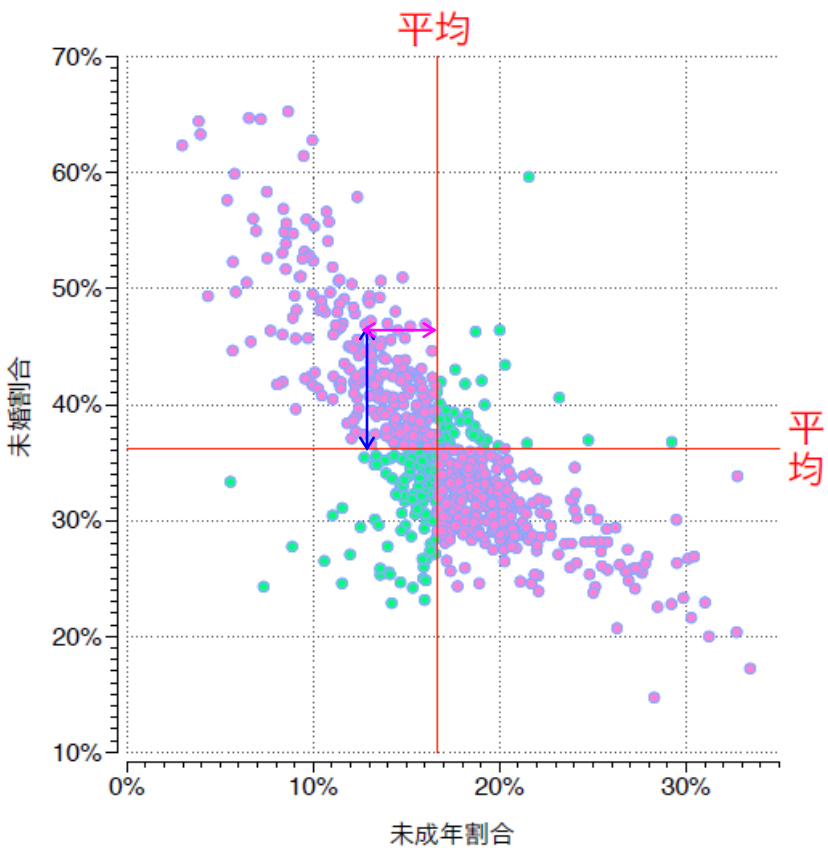
横軸の標準偏差　縦軸の標準偏差

相関係数

共分散

	未成年割合	平均からの偏差	未婚割合	平均からの偏差	偏差の積
生麦	13.1	-3.5	46.1	9.9	-34.7
岸谷	17.3	0.7	36.6	0.4	0.3
鶴見	16.8	0.2	42.0	5.8	1.2
寺谷	14.5	-2.1	40.3	4.1	-8.6
諏訪坂	15.5	-1.1	37.9	1.6	-1.8
豊岡町	10.6	-6.0	48.0	11.8	-70.8
佃野町	13.1	-3.5	43.7	7.5	-26.3
馬場	19.6	3.0	31.5	-4.7	-14.1
北寺尾	19.5	2.9	32.1	-4.1	-11.9
獅子ケ谷	20.7	4.1	32.0	-4.2	-17.2
駒岡	20.2	3.6	32.5	-3.7	-13.3
上末吉	18.6	2.0	33.0	-3.2	-6.4
下末吉	16.0	-0.6	38.0	1.8	-1.1
梶山	20.6	4.0	30.8	-5.4	-21.6
江ケ崎町	25.8	9.2	25.7	-10.5	-96.6
矢向	14.8	-1.8	40.0	3.8	-6.8
市場上町	14.4	-2.3	36.7	0.5	-1.2
市場東中町	11.9	-4.7	45.0	8.8	-41.4
市場西中町	11.1	-5.5	42.4	6.2	-34.1
市場下町	18.5	1.9	32.7	-3.5	-6.7
市場大和町	10.0	-6.7	49.5	13.3	-89.1
市場富士見町	15.0	-1.6	41.6	5.4	-8.6
尻手	19.7	3.1	29.2	-7.0	-21.7
菅沢町	14.2	-2.4	42.6	6.4	-15.4
栄町通	16.2	-0.5	40.6	4.4	-2.2
…	…	…	…	…	…
				平均	-27.9

共分散



相関係数

−1≦相関係数r≦ 1

相関係数 r

ベクトルX'、Y'の**内積**

$$= \frac{\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i-\bar{x})^2}\sqrt{\sum(y_i-\bar{y})^2}}$$

ベクトルX'、Y'の**ノルム**
（スカラー、長さ・大きさ）

$$= \frac{X' \cdot Y'}{\|X'\|\|Y'\|}$$

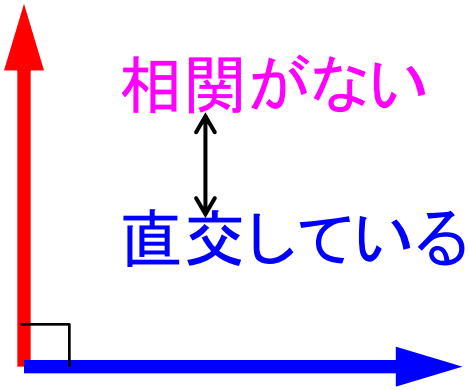
$$= \cos\theta$$

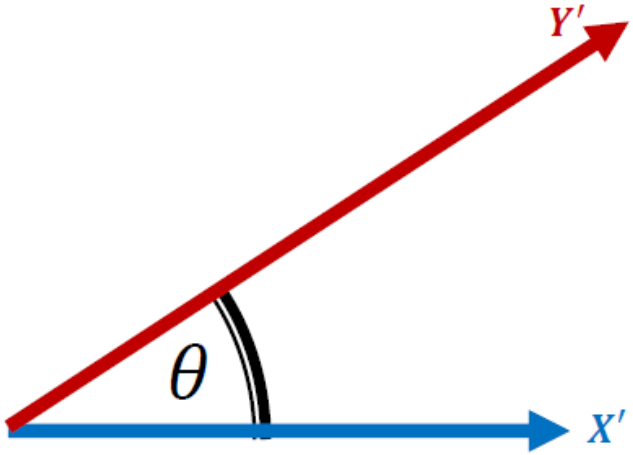
$$X' \qquad Y'$$

$$\begin{pmatrix} x_1-\bar{x} \\ x_2-\bar{x} \\ x_3-\bar{x} \\ x_4-\bar{x} \\ x_5-\bar{x} \\ x_6-\bar{x} \\ x_7-\bar{x} \\ x_8-\bar{x} \\ \vdots \\ x_{N-3}-\bar{x} \\ x_{N-3}-\bar{x} \\ x_{N-2}-\bar{x} \\ x_{N-1}-\bar{x} \\ x_N-\bar{x} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} y_1-\bar{y} \\ y_2-\bar{y} \\ y_3-\bar{y} \\ y_4-\bar{y} \\ y_5-\bar{y} \\ y_6-\bar{y} \\ y_7-\bar{y} \\ y_8-\bar{y} \\ \vdots \\ y_{N-3}-\bar{y} \\ y_{N-3}-\bar{y} \\ y_{N-2}-\bar{y} \\ y_{N-1}-\bar{y} \\ y_N-\bar{y} \end{pmatrix}$$

θ=0°　cosθ=1　r=1

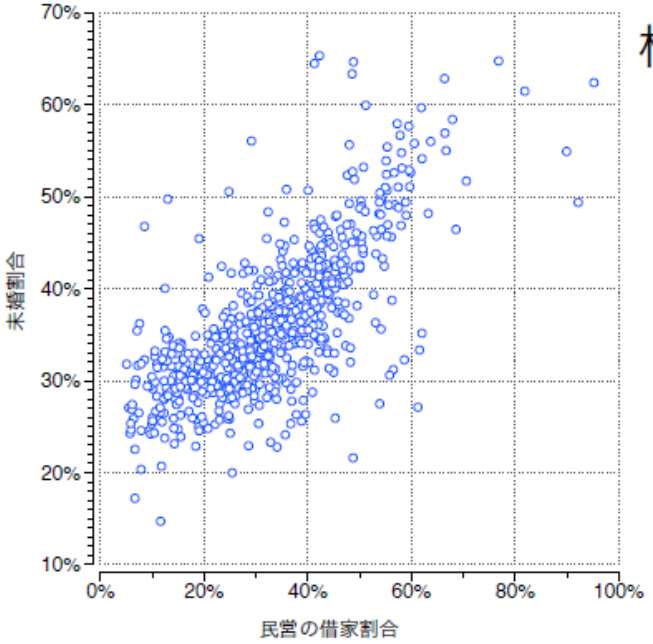
θ=90°　cosθ=0　r=0





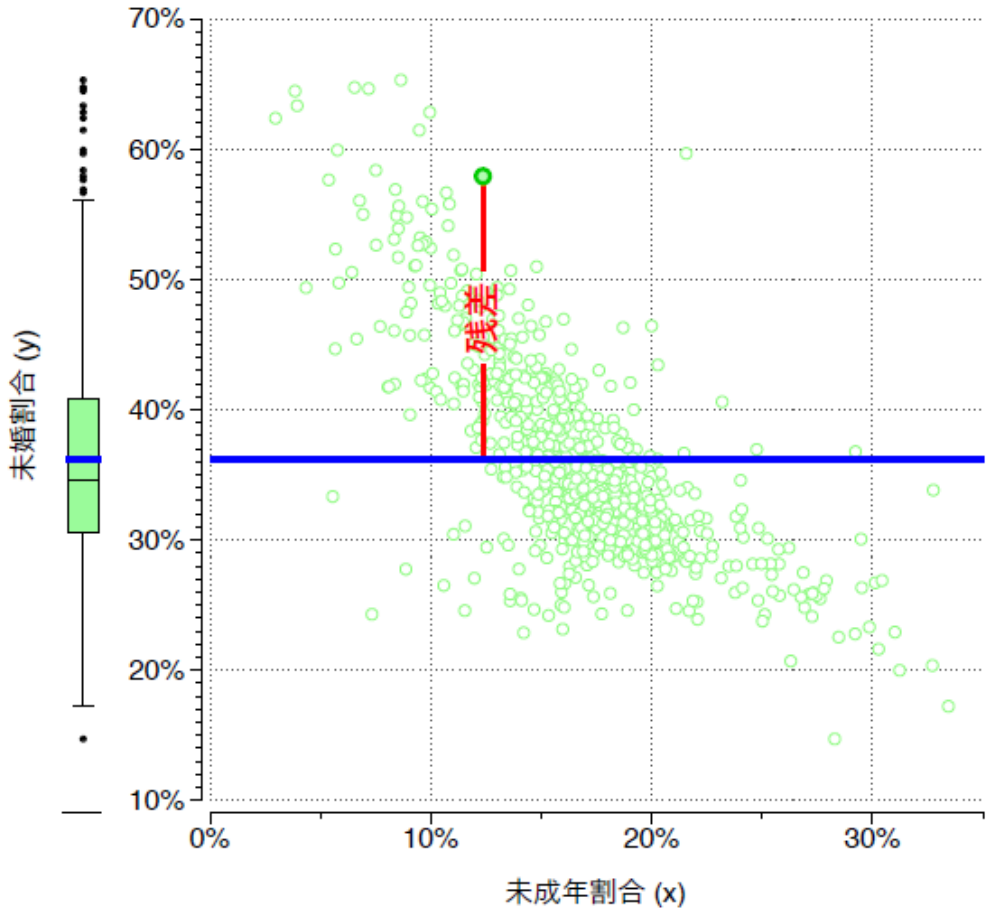
相関係数の性質・注意

- 相関係数の最小値は －1， 最大値は ＋1
- 相関係数は**直線的な関係**の強さをあらわす指標
- 相関係数は因果関係をあらわす指標**ではない**



相関係数 = 0.723

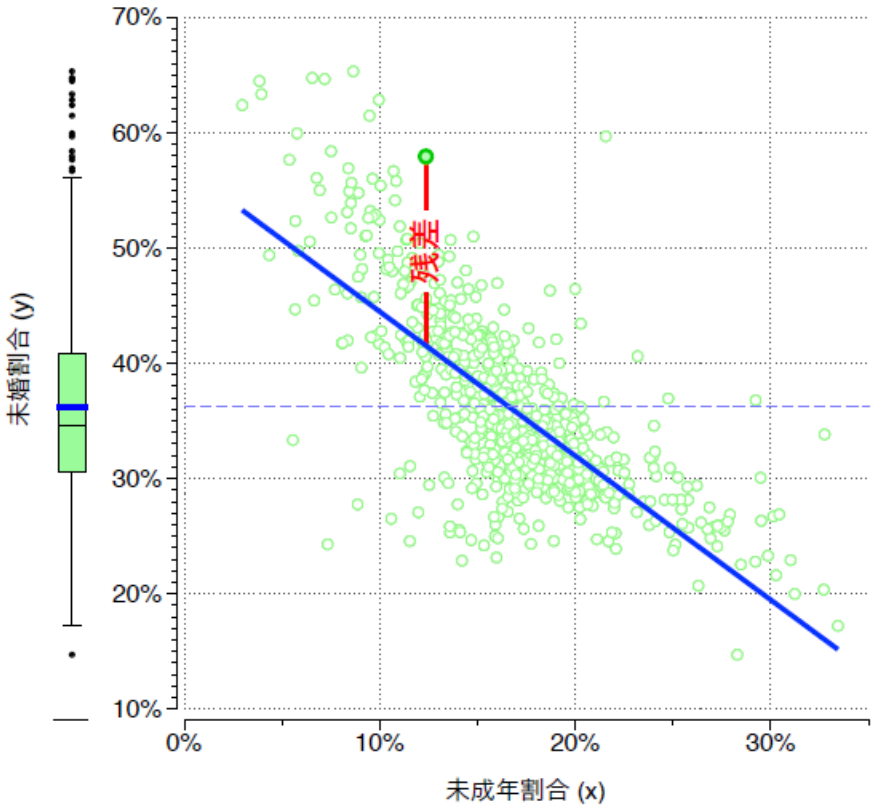
説明変数がないときの予測



説明変数が**ない**場合

	未婚割合	予測値	残差二乗
生麦	46.1	36.2	97.4
岸谷	36.6	36.2	0.1
鶴見	42.0	36.2	33.2
寺谷	40.3	36.2	16.8
諏訪坂	37.9	36.2	2.7
豊岡町	48.0	36.2	138.5
佃野町	43.7	36.2	55.9
馬場	31.5	36.2	21.8
北寺尾	32.1	36.2	17.1
獅子ケ谷	32.0	36.2	17.6
…	…	…	…
平均	36.2	36.2	**65.6**

説明変数があるときの予測



	未婚割合	説明変数が**ない**場合 予測値	説明変数が**ない**場合 残差二乗	説明変数が**ある**場合 予測値	説明変数が**ある**場合 残差二乗
生麦	46.1	36.2	97.4	40.6	29.6
岸谷	36.6	36.2	0.1	35.3	1.6
鶴見	42.0	36.2	33.2	35.9	36.5
寺谷	40.3	36.2	16.8	38.8	2.2
諏訪坂	37.9	36.2	2.7	37.6	0.1
豊岡町	48.0	36.2	138.5	43.7	18.5
佃野町	43.7	36.2	55.9	40.6	9.6
馬場	31.5	36.2	21.8	32.4	0.8
北寺尾	32.1	36.2	17.1	32.6	0.2
獅子ケ谷	32.0	36.2	17.6	31.1	0.8
…	…	…	…	…	…
平均	36.2	36.2	**65.6**	36.2	30.8

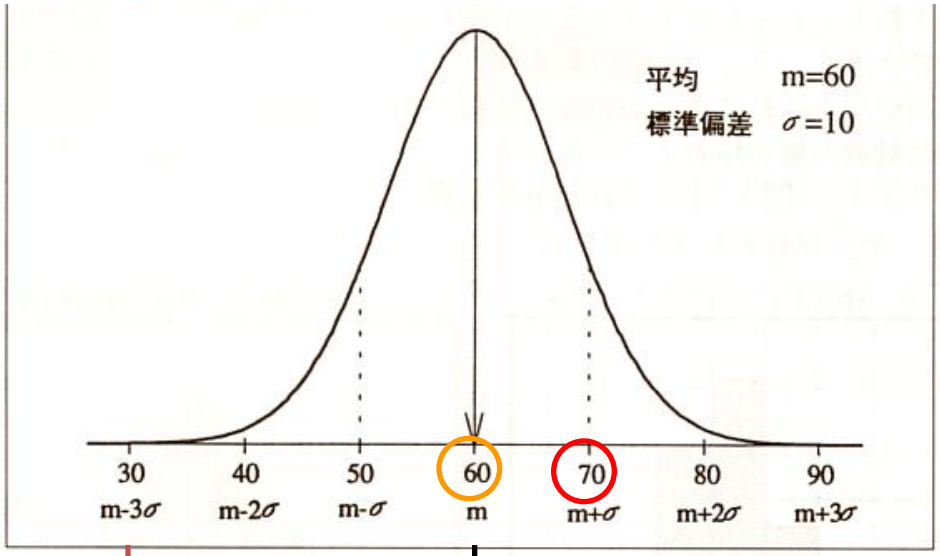
外れ度合い減少 = 精度向上

$$\frac{65.6 - 30.8}{65.6} = \frac{34.8}{65.6} = 0.53$$

$$0 \leq \boxed{\text{決定係数}} \leq 1$$

決定係数は、説明変数による予測力をあらわす指標（＝相関係数^2）

平均体重が60kg、標準偏差が10kgの分布



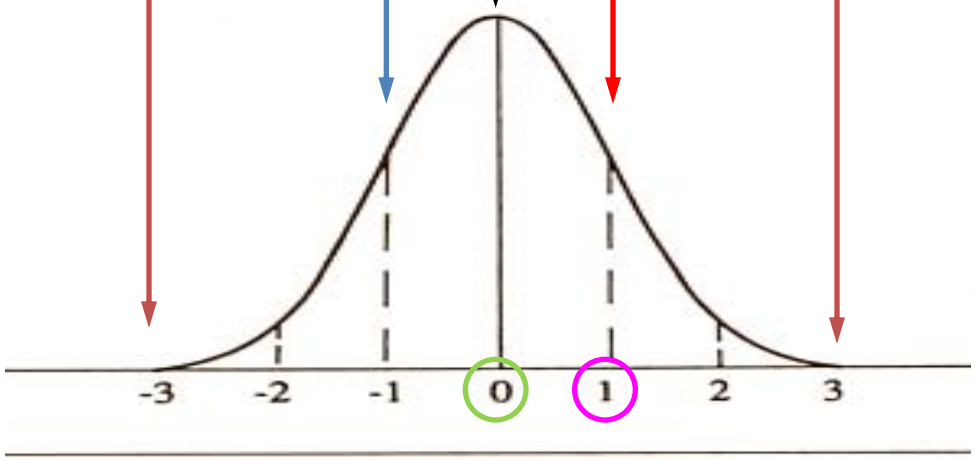
平均 m＝60

標準偏差σ＝10

基準化（標準化）★

$$\text{統計量T} = \frac{\text{データ} - \text{平均値}}{\text{標準偏差}}$$

$$\frac{70-60}{10} = 1$$

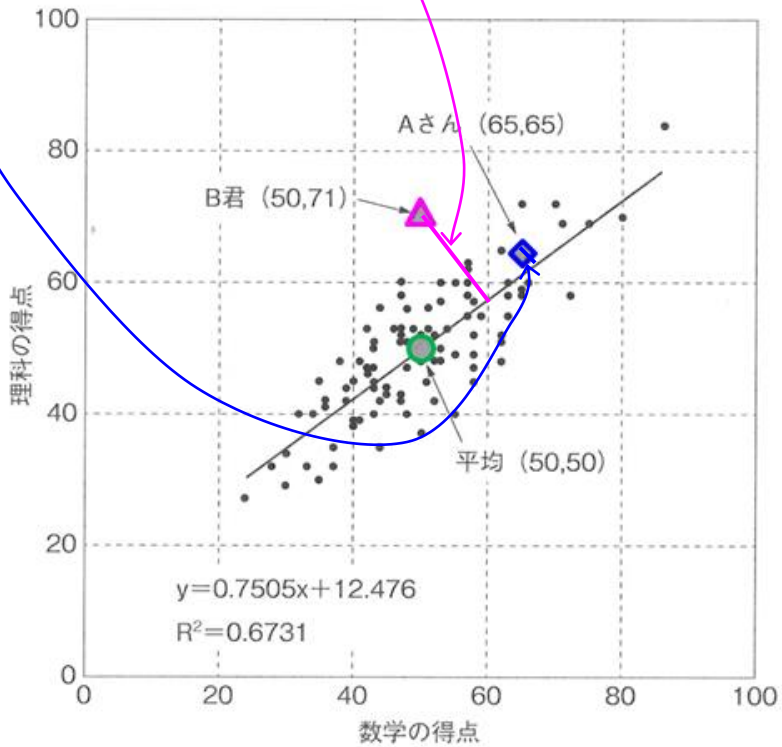


平均 m＝0

標準偏差σ＝1

D^2

生徒	順位	試験の得点		マハラノビス距離の２乗値
		数学	物理	
No. 30	1	50	71	12.07
No. 13	2	86	84	11.04
No. 65	3	80	70	6.91
No. 56	4	72	58	5.61
No. 35	5	24	27	5.40
No. 69	6	55	40	5.37
			48	4.39
No. 41	31	62	[illegible]	2.42
No. 51	32	38	48	2.42
No. 40	33	65	65	2.07
No. 80	34	62	65	2.06
			60	2.03
No. 9	94	54	[illegible]	0.12
No. 16	95	50	52	0.11
No. 17	96	50	48	0.11
No. 8	97	48	47	0.09
No. 42	98	49	51	0.09
No. 91	99	51	49	0.09
No. 50	100	52	52	0.04



マラハノビス距離2乗の集団は、自由度kのX^2（カイ2乗）分布に従う

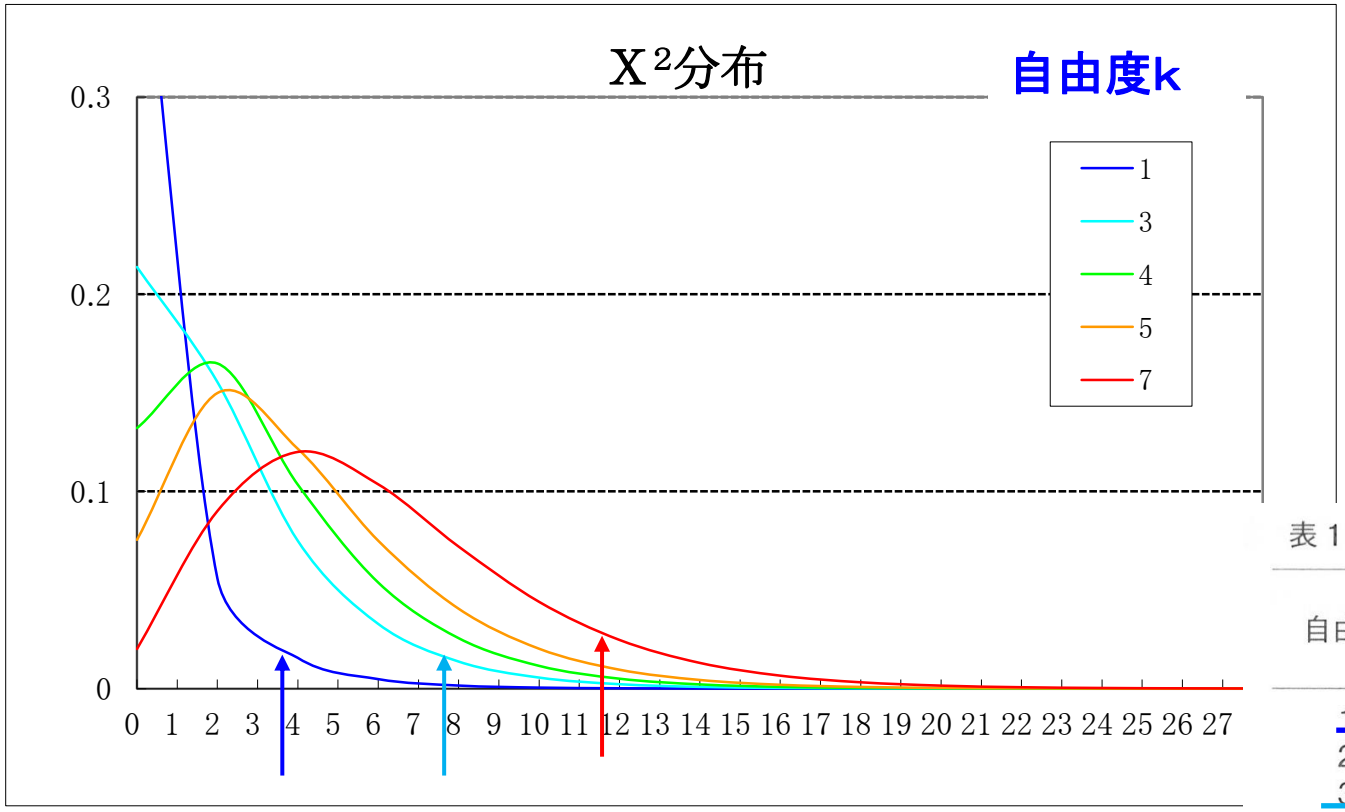


表１・２　有意水準５％と１％のχ^2の値

自由度	χ^2の値	
	５％	１％
1	3.84	6.63
2	5.99	9.21
3	7.81	11.34
4	9.49	13.28
5	11.07	15.09
6	12.59	16.81
7	14.07	18.48
8	15.51	20.09
9	16.92	21.67
10	18.31	23.21
11	19.68	24.73
12	21.03	26.22
13	22.36	27.69
14	23.68	29.14
15	25.00	30.58

閾値を決めるのはこれです

この閾値より大きい場合は起きにくい
（5%または1%の確率で起きる）

マハラノビス距離の2乗値がこれ以上の場合は、
平均的なものからのズレが大きいことを示す

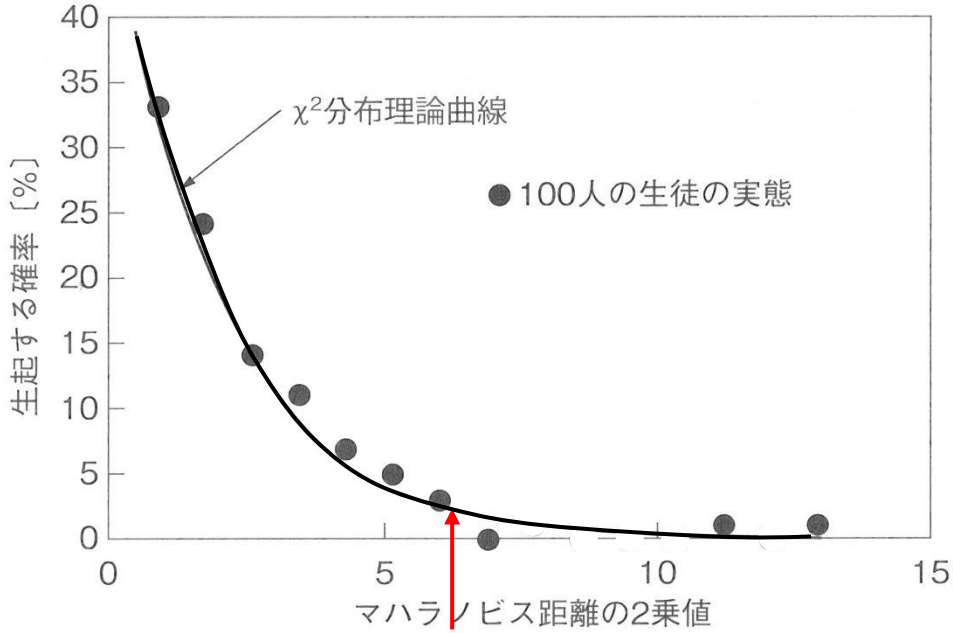


表１・２　有意水準５％と１％のχ^2の値

自由度	χ^2の値	
	5 %	1 %
1	3.84	6.63
2	5.99	9.21
3	7.81	11.34
4	9.49	13.28
5	11.07	15.09
6	12.59	16.81
7	14.07	18.48
8	15.51	20.09
9	16.92	21.67
10	18.31	23.21
11	19.68	24.73
12	21.03	26.22
13	22.36	27.69
14	23.68	29.14
15	25.00	30.58

生徒	順位	試験の得点		マハラノビス距離の２乗値
		数学	物理	
No. 30	1	50	71	12.07
No. 13	2	86	84	11.04
No. 65	3	80	70	6.91
No. 56	4	72	58	5.61
No. 35	5	24	27	5.40
No. 69	6	55	40	5.37
			48	4.39
No. 41	31	62	[illegible]	2.42
No. 51	32	38	48	2.42
No. 40	33	65	65	2.07
No. 80	34	62	65	2.06
			60	2.03
No. 9	94	54	[illegible]	0.12
No. 16	95	50	52	0.11
No. 17	96	50	48	0.11
No. 8	97	48	47	0.09
No. 42	98	49	51	0.09
No. 91	99	51	49	0.09
No. 50	100	52	52	0.04

5.99

閾値が5.99より大きいのは、３人しかいない
点数が突出している人

マラハノビス距離を算出するために必要な情報数

項目数	必要な情報数			
	合計	内訳		
		平均	標準偏差	相関係数
2	5	2	2	1
3	9	3	3	3
4	14	4	4	6
5	20	5	5	10
6	27	6	6	15
7	35	7	7	21
8	44	8	8	28
9	54	9	9	36
10	65	10	10	45
11	77	11	11	55
12	90	12	12	66
13	104	13	13	78
14	119	14	14	91
15	135	15	15	105

項目数が増えると必要な情報量が増加する

⇓

コンピュータ計算が必要

3項目以上に拡張したマハラノビス距離の2乗

$$D^2 = (u_1 \quad u_2 \quad \cdots\cdots \quad u_j \quad \cdots\cdots \quad u_k)\begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \cdots & r_{1j} & \cdots & r_{1k} \\ r_{21} & 1 & \cdots & r_{2j} & \cdots & r_{2k} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{j1} & r_{j2} & \cdots & 1 & \cdots & r_{jk} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{k1} & r_{k2} & \cdots & r_{kj} & \cdots & 1 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdots \\ u_j \\ \cdots \\ u_k \end{bmatrix}$$

基準化（標準化）

$$u_1 = \frac{x_1 - m_1}{\sigma_1} \qquad u_2 = \frac{x_2 - m_2}{\sigma_2}$$

2項目（k＝2）のとき

$$D^2 = (u_1 \quad u_2)\begin{pmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} u_1 \\ u_1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{1 - r^2}\begin{pmatrix} 1 & -r \\ -r & 1 \end{pmatrix}$$

$$D^2 = (u_1 \quad u_2)\begin{pmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} u_1 \\ u_1 \end{pmatrix} = \frac{1}{1 - r^2}(u_1 - ru_2 - ru_1 + u_2)\begin{pmatrix} u_1 \\ u_1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{1 - r^2}(u_1{}^2 - 2ru_1u_2 + u_2{}^2)$$

$$D^2 = (u_1 \quad u_2 \quad \cdots\cdots \quad u_j \quad \cdots\cdots \quad u_k)\begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \cdots & r_{1j} & \cdots & r_{1k} \\ r_{21} & 1 & \cdots & r_{2j} & \cdots & r_{2k} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{j1} & r_{j2} & \cdots & 1 & \cdots & r_{jk} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{k1} & r_{k2} & \cdots & r_{kj} & \cdots & 1 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdots \\ u_j \\ \cdots \\ u_k \end{bmatrix}$$

マハラノビス距離2乗の平均を1とするため、項目数kで除す

$$D = \sqrt{\boxed{\frac{1}{k}}(u_1 \quad u_2 \quad \cdots\cdots \quad u_j \quad \cdots\cdots \quad u_k)\begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \cdots & r_{1j} & \cdots & r_{1k} \\ r_{21} & 1 & \cdots & r_{2j} & \cdots & r_{2k} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{j1} & r_{j2} & \cdots & 1 & \cdots & r_{jk} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{k1} & r_{k2} & \cdots & r_{kj} & \cdots & 1 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdots \\ u_j \\ \cdots \\ u_k \end{bmatrix}}$$

新品16個のモーターについて12項目の特性値を測定したデータ

表1・5　サンプルモータの特性計測値

サンプル	軽負荷						重負荷					
	正転			逆転			正転			逆転		
	回転数	電流	電圧	回転数	電流	電圧	回転数	電流	電圧	回転数	電流	電圧
1	5723	68.3	1.08	5679	72.2	1.03	2434	524.7	1.16	2450	529.7	1.06
2	6396	104.0	1.63	6064	104.3	2.02	2430	572.3	2.23	2224	659.7	1.83
3	5801	75.7	2.19	5646	82.7	1.62	2480	522.6	1.70	2335	540.5	1.69
4	5828	85.0	0.95	5977	83.7	1.10	2419	559.5	1.09	2588	570.9	1.13
5	5826	109.6	1.50	5728	107.0	1.26	2445	567.0	1.49	2393	587.0	1.32
6	5754	67.4	1.06	5473	81.4	1.00	2449	521.0	1.09	2430	546.4	1.03
7	6226	73.9	0.95	6090	72.6	0.82	2548	552.2	0.92	2477	555.8	0.87
8	5985	40.7	0.54	5953	40.4	0.55	2569	508.4	0.61	2561	511.9	0.61
9	5779	87.6	1.03	5880	86.4	1.04	2370	539.2	1.25	2425	531.7	1.15
10	6044	86.8	1.15	5868	88.1	1.09	2435	531.4	1.40	2370	550.6	1.20
11	5757	79.5	1.29	5820	74.5	1.19	2420	522.4	1.49	2488	533.9	1.24
12	6035	63.8	0.92	5986	66.9	0.86	2482	528.9	0.88	2486	526.1	1.02
13	5964	88.2	1.10	5962	85.0	1.35	2422	537.5	1.23	2394	528.7	1.31
14	5845	92.8	1.21	5693	99.6	1.28	2391	543.3	1.43	2473	549.4	1.39
15	6043	74.5	1.03	5939	77.7	1.00	2457	531.8	1.07	2427	534.4	1.03
16	5863	77.4	0.99	5836	79.4	1.01	2504	539.6	1.10	2502	534.3	1.05
最大	6396	109.6	2.19	6090	107.0	2.02	2569	572.3	2.23	2588	659.7	1.83
最小	5723	40.7	0.54	5473	40.4	0.55	2370	508.4	0.61	2224	511.9	0.61
平均値：m	5929	79.7	1.16	5850	81.4	1.14	2453	537.6	1.26	2439	549.4	1.18
標準偏差：σ	187	16.3	0.37	168	15.7	0.34	53	17.7	0.37	87	34.6	0.29

回転数；〔rpm〕　電流；〔mA〕　（起動）電圧；〔V〕

表1・6　単位空間の相関行列

			軽負荷						重負荷					
			正転			逆転			正転			逆転		
			回転数	電流	電圧	回転数	電流	電圧	回転数	電流	電圧	回転数	電流	電圧
軽負荷	正転	回転数	1	0.12	−0.02	0.74	0.06	0.24	0.34	0.42	0.21	−0.41	0.54	0.14
		電流	0.12	1	0.53	0.02	0.96	0.71	−0.64	0.81	0.74	−0.55	0.69	0.72
		電圧	−0.02	0.53	1	−0.33	0.60	0.83	−0.27	0.26	0.83	−0.72	0.46	0.88
	逆転	回転数	0.74	0.02	−0.33	1	−0.18	−0.06	0.25	0.37	−0.11	0.06	0.22	−0.13
		電流	0.06	0.96	0.60	−0.18	1	0.74	−0.66	0.74	0.76	−0.61	0.68	0.76
		電圧	0.24	0.71	0.83	−0.06	0.74	1	−0.47	0.51	0.95	−0.80	0.72	0.98
重負荷	正転	回転数	0.34	−0.64	−0.27	0.25	−0.66	−0.47	1	−0.28	−0.50	0.28	−0.22	−0.52
		電流	0.42	0.81	0.26	0.37	0.74	0.51	−0.28	1	0.49	−0.32	0.82	0.46
		電圧	0.21	0.74	0.83	−0.11	0.76	0.95	−0.50	0.49	1	−0.81	0.74	0.95
	逆転	回転数	−0.41	−0.55	−0.72	0.06	−0.61	−0.80	0.28	−0.32	−0.81	1	−0.60	−0.78
		電流	0.54	0.69	0.46	0.22	0.68	0.72	−0.22	0.82	0.74	−0.60	1	0.65
		電圧	0.14	0.72	0.88	−0.13	0.76	0.98	−0.52	0.46	0.95	−0.78	0.65	1

8個のモーターについて2時間後、8通りの過酷運転で測定したデータ

表 1・7　運転後 2 時間経過時点でのモータの特性

	軽負荷						重負荷						マハラノビス距離	
	正転			逆転			正転			逆転				
	回転数	電流	電圧	回転数	電流	電圧	回転数	電流	電圧	回転数	電流	電圧	D	D^2
実験 1	5800	85.4	1.07	6029	76.1	1.09	2417	568.0	1.11	2566	565.1	1.25	2.8	8.0
実験 2	6145	76.1	0.99	5944	77.7	0.90	2599	578.3	1.05	2500	590.4	1.08	3.4	11.6
実験 3	5036	77.1	0.99	5196	77.9	1.00	2432	552.8	1.22	2525	550.8	1.17	5.3	28.1
実験 4	5291	74.8	0.94	5432	68.1	0.93	2532	585.1	1.22	2556	568.6	1.04	7.5	56.7
実験 5	6209	66.5	0.93	5982	65.7	0.89	2413	549.2	0.91	2482	559.6	0.95	4.7	22.4
実験 6	5951	75.6	0.82	5991	74.5	0.85	2480	570.9	0.85	2543	566.5	0.93	2.3	5.1
実験 7	6035	66.1	0.96	6016	65.2	0.97	2496	552.2	0.94	2526	559.6	0.95	1.7	2.8
実験 8	5963	65.2	0.60	6062	62.6	0.70	2620	583.9	0.66	2659	571.6	0.68	3.0	9.2

回転数；〔rpm〕　電流；〔mA〕　電圧；〔V〕

網かけ部は、初期状態の範囲外

新品からかけ離れている

自由度12のX^2分布　有意水準1%のとき、統計量は26.22

マハラノビス2乗の閾値は26.22÷12＝2.185

MT法の欠点

①全て同じ値の場合σ＝0となり基準化できない
②相関係数に一組でも1があると相関行列の逆行列を求められない

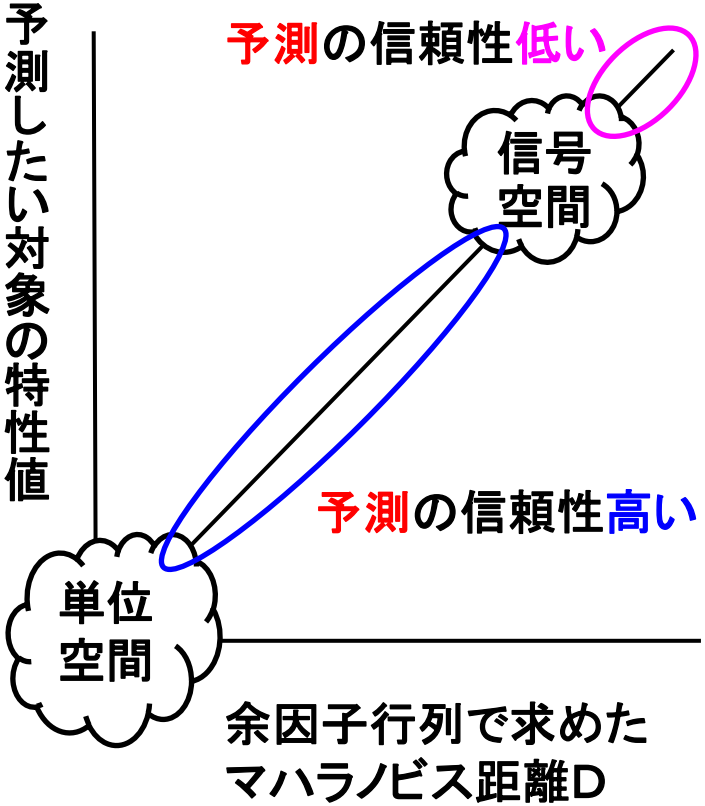
基準化（標準化）

$$u_1 = \frac{x_1 - m_1}{\sigma_1} \qquad u_2 = \frac{x_2 - m_2}{\sigma_2}$$

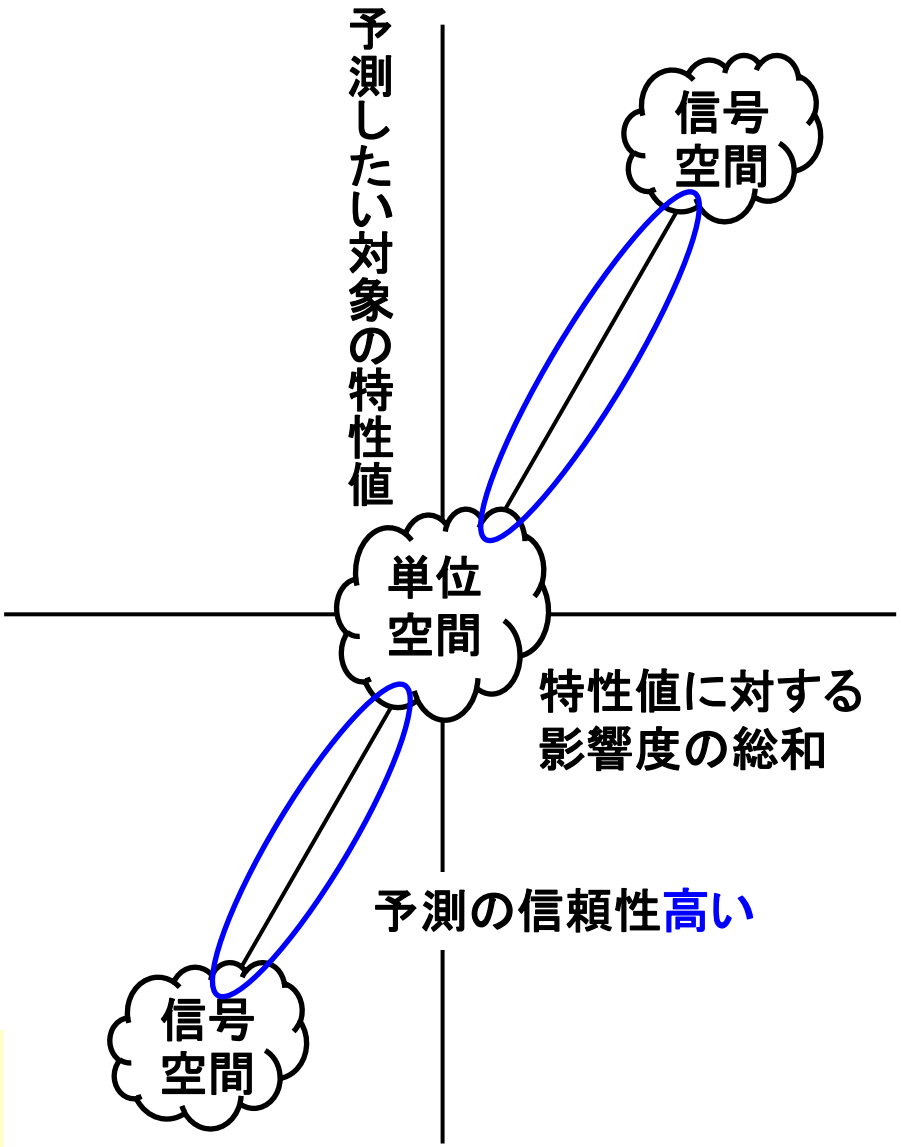
$$D^2 = (u_1 \quad u_2 \quad \cdots \quad u_j \quad \cdots \quad u_k) \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \cdots & r_{1j} & \cdots & r_{1k} \\ r_{21} & 1 & \cdots & r_{2j} & \cdots & r_{2k} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{j1} & r_{j2} & \cdots & 1 & \cdots & r_{jk} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{k1} & r_{k2} & \cdots & r_{kj} & \cdots & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdots \\ u_j \\ \cdots \\ u_k \end{bmatrix}$$

３項目以上に拡張したマハラノビス距離の２乗

MTA法



T法



- 標準偏差σで割らない
- 単位と信号空間の計測項目は一致
- 信号空間には予測したい特性値必要

- 単位空間にも特性値必要
- 正負の特性値でも使用可